

Chapitre 3 : Nombres en écriture fractionnaire. (livre p.36)

Je vais apprendre à :

- Utiliser l'écriture fractionnaire pour exprimer une proportion (socle 5)
- Reconnaître si un nombre positif est multiple ou diviseur d'un autre (socle 6)
- Ecrire un même nombre sous forme de différentes fractions égales (socle 6)
- Diviser par un nombre décimal (socle 6)

I. Définitions, proportion.

Def1: Si a et b sont deux nombres, le quotient de a par b est le résultat de la division de a par b on peut le noter $a \div b$, ou bien, sous forme fractionnaire: $\frac{a}{b}$.

Ainsi, le trait de fraction représente une division.

Def 2 : Considérons un nombre en écriture fractionnaire. On a :

$$\begin{array}{r} \dots\dots \\ \hline \dots\dots \end{array} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{numérateur} \\ \\ \text{dénominateur} \end{array}$$

Lorsque le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers, on dit que l'écriture fractionnaire est une fraction.

Rappel : On peut toujours écrire un nombre entier sous forme de fraction, par exemple $12 = \frac{12}{1}$.

Attention, quand on écrira des calculs entre fractions, on écrit le trait de fraction sur la ligne, le signe « = » à cheval sur la ligne, et les signes d'opérations sur la ligne.

Exemple : $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$; \div ; \times .

Application: Les fractions peuvent être utilisées pour représenter une **proportion**, par exemple: "deux tiers des élèves ont choisi l'option bilangue".

S'il y a 27 élèves dans la classe, cette phrase se traduit par:

Deux tiers de 27 sont en "Bilangue". Ce qui donne, "traduit en maths":

$$\frac{2}{3} \times 27 \text{ sont en "bilangue"}. \text{ (cela représente donc 18 élèves).}$$

On peut retenir que le mot "de" a été traduit par une multiplication, cela nous ressortira lorsque nous verrons les pourcentages.

II. Multiples, diviseurs.

Dans ce paragraphe, on considère des divisions Euclidiennes qui « tombent pile », c'est-à-dire dont la reste est zéro.

$$\text{Exemple : } \begin{array}{r} 15 \overline{) 5} \\ 0 \overline{) 3} \end{array}$$

$$\text{Vérification : } 3 \times 5 = 15$$

Def 3 : $a \overline{) b}$ s'écrit aussi $a \div b = q$. On a : $q \times b = a$.

On dit que :

a est divisible par b ⁽¹⁾

b est un diviseur de a ⁽²⁾

a est un multiple de b ⁽³⁾

Explications :

(1) parce que l'on « peut diviser a par b », cela « tombera pile ».

(2) parce que si, quand on divise a , le nombre b est le diviseur, la division « tombera pile »

(3) parce que, quand on écrit la multiplication correspondante, $q \times b = a$, le nombre a est obtenu en multipliant b par quelque chose.

Pté 1 : Critères de divisibilité par 2, 3, et 5.

Un nombre entier est divisible par 2 s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; ou 8.

Un nombre entier est divisible par 3 si, en ajoutant tous ses chiffres jusqu'à ce qu'il n'y en ait plus qu'un, on obtient 3 ; 6 ou 9.

Un nombre entier est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Remarques :

Divisibilité par 4 : les deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

Divisibilité par 9 : la somme des chiffres donne 9.

Divisibilité par 10 : Le dernier chiffre est 0.

III. Différentes écritures d'une même fraction.

Pté 2 : Soit une fraction.

On a le droit de multiplier ou de diviser son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul : cela ne change pas la valeur de la fraction.

Exemple : $\frac{1}{2}=0,5$; je multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

(choisissez un nombre non nul)

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times \dots}{2 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots} ; \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \dots = \frac{50}{100} .$$

0,5 0,5 0,5

Il y a une infinité de façons d'écrire la fraction $\frac{1}{2}$.

III. Applications.

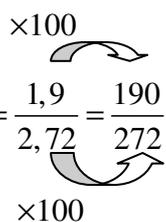
A. Transformer un écriture fractionnaire en fraction.

Exemple : $\frac{1,9}{2,72} = \frac{1,90}{2,72} = \frac{1,90 \times 100}{2,72 \times 100} = \frac{190}{272}$. Dans cette dernière écriture, il n'y a que des nombres entiers, au numérateur et au dénominateur.

B. Diviser par un nombre décimal.

Nous ne savons pas poser une division dont le diviseur est décimal, comme par exemple $1,9 \div 2,72$.

$$\text{On peut se débarrasser du problème en considérant: } 1,9 \div 2,72 = \frac{1,9}{2,72} = \frac{190}{272}$$

$\times 100$


Au lieu de poser la division $1,9 : 2,72$, on pose $190 : 272$, qui aura le même résultat; sauf que l'on aura posé la division avec un diviseur entier (et même un dividende entier, dans cet exemple).

C. Simplifier une fraction.

La Pté1 sert aussi à simplifier des fractions : $\frac{70}{98} = \frac{70 : 2}{98 : 2} = \frac{35}{49} = \frac{35 : 7}{49 : 7} = \frac{5}{7}$.

On dit que $\frac{5}{7}$ est la **forme simplifiée** ou la forme irréductible de la fraction $\frac{70}{98}$: c'est une fraction qui a la même valeur, mais qui est écrite avec un numérateur et un dénominateur plus petits (mais entiers).