Chapitre 3 : Nombres en écriture fractionnaire. (livre p.36)

Je vais apprendre à:
- Utiliser l'écriture fractionnaire pour exprimer une proportion (socle 5)
- Reconnaître si un nombre positif est multiple ou diviseur d'un autre (socle 6)
- Ecrire un même nombre sous forme de différentes fractions égales (socle 6)
- Diviser par un nombre décimal (socle 6)

I. Définitions, proportion.

Def1: Si a et b sont deux nombres, le quotient de a par b est le résultat de la division de a par b on peut le noter $a \div b$, ou bien, sous forme fractionnaire: $\frac{a}{b}$.

Ainsi, le trait de fraction représente une division.

Def 2 : Considérons un nombre en écriture fractionnaire. On a :

$$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{ numérateur} \\ \leftarrow \text{ dénominateur} \end{matrix}$$

Lorsque le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers, on dit que l'écriture fractionnaire est une fraction.

Rappel : On peut toujours écrire un nombre entier sous forme de fraction, par exemple 12 = $\frac{12}{1}$.

Attention, quand on écrira des calculs entre fractions, on écrit le trait de fraction sur la ligne, le signe « = » à cheval sur la ligne, et les signes d'opérations sur la ligne.

Exemple : $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{5}{6}=\frac{1}{3}$; $\div$; $\times$.

Application: Les fractions peuvent être utilisées pour représenter une **proportion**, par exemple: "deux tiers des élèves ont choisi l'option bilangue".

S'il y a 27 élèves dans la classe, cette phrase se traduit par:

Deux tiers de 27 sont en "Bilangue". Ce qui donne, "traduit en maths":

$\frac{2}{3} \times 27$ sont en "bilangue". (cela représente donc 18 élèves).

On peut retenir que le mot "de" a été traduit par une multiplication, cela nous resservira lorsque nous verrons les pourcentages.

II. Multiples, diviseurs.

Dans ce paragraphe, on considère des divisions Euclidiennes qui « tombent pile », c'est-à-dire dont la reste est zéro.

Exemple : $\begin{array}{r|l} 15 & 5 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$ Vérification : $3 \times 5 = 15$

Def 3 : $\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline 0 & q \end{array}$ s'écrit aussi $a \div b = q$. On a : $q \times b = a$.

On dit que :

a est divisible par b (1)

b est un diviseur de a (2)

a est un multiple de b (3)

Explications :

(1) parce que l'on « peut diviser a par b », cela « tombera pile ».

(2) parce que si, quand on divise a, le nombre b est le diviseur, la division « tombera pile »

(3) parce que, quand on écrit la multiplication correspondante, $q \times b = a$, le nombre a est obtenu en multipliant b par quelque chose.

Pté 1 : Critères de divisibilité par 2, 3, et 5.
Un nombre entier est divisible par 2 s'il se termine par 0 ;2 ;4 ;6 ; ou 8.
Un nombre entier est divisible par 3 si, en ajoutant tous ses chiffres jusqu'à ce qu'il n'y en ait plus qu'un, on obtient 3 ; 6 ou 9.
Un nombre entier est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Remarques :
Divisibilité par 4 : les deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.
Divisibilité par 9 : la somme des chiffres donne 9.
Divisibilité par 10 : Le dernier chiffre est 0.

III. Différentes écritures d'une même fraction.

Pté 2 : Soit une fraction.
On a le droit de multiplier ou de diviser son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul : cela ne change pas la valeur de la fraction.

Exemple : $\frac{1}{2}=0,5$; je multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul. (choisissez un nombre non nul)

$\frac{1}{2} = \frac{1\times....}{2\times....} = \frac{.....}{.....}$; $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = ... = \frac{50}{100}$.

0,5 0,5 0,5

Il y a une infinité de façons d'écrire la fraction $\frac{1}{2}$.

III. Applications.

A. Transformer un écriture fractionnaire en fraction.

Exemple : $\frac{1,9}{2,72}=\frac{1,90}{2,72}=\frac{1,90\times100}{2,72\times100}=\frac{190}{272}$. Dans cette dernière écriture, il n'y a que des nombres entiers, au numérateur et au dénominateur.

B. Diviser par un nombre décimal.

Nous ne savons pas poser une division dont le diviseur est décimal, comme par exemple $1,9 \div 2,72$.

On peut se débarrasser du problème en considérant: $1,9 \div 2,72 = \frac{1,9}{2,72} = \frac{190}{272}$

$\times 100$ (numérateur) ; $\times 100$ (dénominateur)

Au lieu de poser la division 1,9 :2,72, on pose 190 :272, qui aura le même résultat; sauf que l'on aura posé la division avec un diviseur entier (et même un dividende entier, dans cet exemple).

C. Simplifier une fraction.

La Pté1 sert aussi à simplifier des fractions : $\frac{70}{98} = \frac{70:2}{98:2} = \frac{35}{49} = \frac{35:7}{49:7} = \frac{5}{7}$.

On dit que $\frac{5}{7}$ est la **forme simplifiée** ou la forme irréductible de la fraction $\frac{70}{98}$: c'est une fraction qui a la même valeur, mais qui est écrite avec un numérateur et un dénominateur plus petits (mais entiers).